



# DÜZLEMSEL BİR KANAL İÇİNDEKİ POWER-LAW AKIŞKANIN MHD AKIŞ VE ISI GEÇİŞİ

*Mhd Flow And Heat Transfer Of Power-Law Fluid In A Plane Channel*

Esra Yağcı  
Orhan Aydın  
Tülin Bali

## ÖZET

Bu çalışmada, manyetik alan etkisi altındaki düzlemsel bir kanal içinde power-law akışkanın akış ve ısı geçişi teorik olarak incelenmiştir. Akışın hidrodinamik olarak tam gelişmiş; termal olarak ise gelişmekte olduğu durum ele alınmıştır. Viskoz yayılım ve Joule ısıtma etkileri analize dahil edilmiştir. Sayısal analizde sonlu farklar yöntemi kullanılmıştır. Sabit ısı akısı termal sınır koşulu için power-law indeksi, Brinkman sayısı ve Hartmann sayısının hız ve sıcaklık profillerinin yanı sıra Nusselt sayısı üzerindeki etkileri belirlenmiştir. Viskoz yayılımı ve Joule ısıtmanın varlığında gözlemlenen karmaşık ısı transfer karakteristikleri tartışılmıştır.

**Anahtar Kelimeler:** Manyetohidrodinamik (MHD), Power-law akışkan, Termal gelişen, Viskoz yayılım, Joule ısıtma, Düzlemsel kanal, Sabit ısı akısı.

## ABSTRACT

In this study, flow and heat transfer of power-law fluid in a parallel-plate channel under the effect of magnetic field is examined theoretically. Flow is considered hydrodynamically fully developed and thermally developing. The viscous dissipation and Joule heating effects are included in the analysis. The finite difference method is used in numerical analysis. For the constant heat flux thermal boundary condition, the effects of power-law index, Brinkman number and Hartmann number on the Nusselt number as well as velocity and temperature profiles are determined. The complex heat transfer characteristics observed in the presence of viscous dissipation and Joule heating are discussed.

**Key Words:** Magnetohydrodynamics (MHD), Power-law fluid, Thermally developing, Viscous dissipation, Joule heating, Planar channel, Constant heat flux.

## Semboller

|        |  |
|--------|--|
| $B$    | manyetik alan yoğunluğu (Tesla)              |
| $Br_q$ | modife edilmiş Brinkman sayısı               |
| $c_p$  | özgül ısı (kJ/kg K)                          |
| $h$    | ısı transfer katsayısı ( $W m^{-2} K^{-1}$ ) |
| $Ha$   | Hartmann sayısı                              |
| $k$    | ısı iletim katsayısı ( $W/m K$ )             |
| $n$    | power-law indeksi                            |
| $Nu$   | Nusselt sayısı                               |
| $p$    | basınç (Pa)                                  |
| $P$    | boyutsuz basınç                              |



|         |                                |
|---------|--------------------------------|
| $p_o$   | referans basınç (Pa)           |
| $Pr$    | Prandtl sayısı                 |
| $Re$    | Reynolds sayısı                |
| $q_w''$ | duvar ısı akısı ( $W/m^2$ )    |
| $T$     | sıcaklık (K)                   |
| $u$     | yatay hız bileşeni (m/s)       |
| $U$     | boyutsuz yatay hız bileşeni    |
| $v$     | düşey hız bileşeni (m/s)       |
| $V$     | boyutsuz düşey hız bileşeni    |
| $W$     | kanal yüksekliği ( $=2w$ ) (m) |
| $x, y$  | yerel koordinatlar             |
| $X, Y$  | boyutsuz yerel koordinatlar    |

### Yunan Sembolleri

|          |   |
|----------|---|
| $\sigma$ | elektriksel iletkenlik ( $1 / \Omega m$ ) |
| $\theta$ | boyutsuz sıcaklık                         |
| $\mu$    | dinamik viskozite (Pa s)                  |
| $\rho$   | yoğunluk ( $kg/m^3$ )                     |
| $\alpha$ | termal yayılım ( $m^2/s$ )                |
| $\eta$   | uyum katsayısı                            |
| $\nu$    | kinematik viskozite ( $m^2/s$ )           |
| $\tau$   | kayma gerilmesi                           |
| $\phi$   | manyetik alan yönü                        |

### Alt indisler

|     |          |
|-----|----------|
| $b$ | yığın    |
| $e$ | giriş    |
| $m$ | ortalama |
| $x$ | yerel    |
| $w$ | duvar    |

## 1. GİRİŞ

Manyetohidrokinamik (MHD), elektriksel olarak iletken akışkanların manyetik alan altındaki hareketiyle ilgilidir. Akış alanında elektromanyetik alan ve akışkan hareketi birbirini etkiler ve geleneksel akışlara kıyasla farklı mekanizmalar ortaya çıkar. Elektriksel olarak iletken akışkanın hareketi manyetik alan ile etkileşime girer ve akışa karşı direnç gösteren bir kuvvet (Lorentz kuvveti) meydana gelir. Manyetohidrokinamik akış; güneş ve birçok galaktik olayların incelenmesi, jeotermal rezervuarlar, petrol rezervuarları, MHD jeneratörleri, elektromanyetik pompalar, kan akış ölçerler, roket ve hipersonik aerodinamik aygıtlar için itme ve uçuş kontrolü, kesintisiz debi ölçümünü gerçekleştiren elektromanyetik akış ölçerler, füzyon reaktörlerinde besleme örtüleri, nükleer reaktörlerde soğutma uygulamaları, MHD motorları, elektromanyetik karıştırıcılar ve mikroeletromekanik sistemler (MEMS) gibi birçok uygulama alanında karşımıza çıkar [1]. Uygulama yelpazesinin oldukça geniş olması nedeniyle, manyetik alan etkisi altındaki elektriksel olarak iletken akışkanların akış ve ısı transferi birçok araştırmacının dikkatini çekmiştir.

Literatürde MHD akış ve ısı transferinin incelendiği çalışmaların çok büyük bir kısmında akışkan olarak Newtonumsu akışkanlar dikkate alınmıştır. Bu çalışmalarda, bazı kanal geometrileri için farklı manyetik, hidrodinamik ve termal sınır koşulları altında geniş kapsamlı incelemeler yapılmıştır [2-6]. Karmaşık reolojileri nedeniyle Newtonumsu olmayan akışkanların MHD akış ve ısı geçişi üzerine olan çalışmalar nispeten daha azdır.

Tso vd. [7], iki paralel plaka arasındaki power-law akışkanın hem hidrodinamik hem de termal olarak tam gelişmiş laminer akış ve ısı transferini, viskoz yayılım etkisini de dikkate alarak analitik olarak

incelemişlerdir. Nusselt sayısı, Brinkman sayısı ve power law indeksine bağlı olarak elde edilmiştir. Artan Brinkman sayısına bağlı olarak Nusselt sayısının önemli ölçüde azaldığı belirlenmiştir. Benzer diğer bir çalışma Etemad vd. [8] tarafından sayısal olarak yapılmış olup; farklı termal sınır koşulları için akışkan viskozitesi, sıcaklık, viskoz yayılım, power law indeksi ve Prandtl sayısına bağlı olarak cidar boyunca Nusselt sayısı değişimi elde edilmiştir. Avcı ve Aydın [9-10] düzlemsel bir kanal içinde power-law akışkanın laminer zorlanmış taşınımını hidrodinamik olarak tam gelişmiş termal olarak ise hem tam gelişmiş hem de gelişmekte olan durum için viskoz yayılım etkisini de analize dâhil ederek incelemiştir. Giriş bölgesinde, sabit ısı akısı (H1 sınır koşulu) ve sabit yüzey sıcaklığı (T sınır koşulu) termal sınır koşulları için power-law indeksi ve Brinkman sayısının gelişmekte olan sıcaklık dağılımı ve yerel Nusselt sayısı üzerindeki etkisi belirlenmiştir. Cotta vd. [11], sabit duvar sıcaklığı ısı sınır koşulu altında power-law akışkanın laminer zorlanmış taşınımına olan ısı transferini termal giriş bölgesi için hem dairesel kesitli kanal için hem de düzlemsel kanal için sayısal olarak incelenmiştir. Power-law indeksindeki artışın yerel ve ortalama Nusselt sayısını azalttığı, termal gelişme uzunluğunu ise kısalttığı belirlenmiştir. Dairesel ve düzlemsel kanallarda power-law akışı için benzer bir çalışma ise Jambal vd. [12] tarafından, sabit duvar sıcaklığı termal sınır koşulu altında viskoz yayılım etkisi ve eksenel iletim de analize dâhil edilerek yapılmıştır. Eksenel iletimin varlığında viskoz yayılımın yerel Nusselt sayısını etkilemesine karşın tam gelişmiş Nusselt sayısı üzerinde etkisi olmadığı gösterilmiştir. Barletta [13], dairesel bir kanalda viskoz yayılımın power-law akışkan akışı ve ısı geçişine etkisini analitik olarak incelemiştir. Nusselt sayısı ve sıcaklık dağılımının asimptotik değerleri, farklı ısı sınır şartları altında elde edilmiştir. Davaa vd [14], Couette- Poiseuille problemini, sabit ısı akısına maruz hareketli duvar ve adyabatik sabit duvar (Durum A) ile tam tersi (Durum B) olmak üzere iki farklı durum için incelemiştir. Farklı duvar hızları ve termal sınır şartları için power law indeksi, Brinkman ve Hartmann sayılarının hız ve sıcaklık profilleri ile Nusselt sayısı üzerindeki etkileri elde edilmiştir.

Coelho ve Poole [15], paralel plakalar arasında Newtonumsu olmayan akışkanın laminer tam gelişmiş Couette-Poiseuille akışındaki ısı transferini viskoz yayılım etkisi altında analitik olarak incelemişlerdir. Evcin ve Uğur [16], manyetik alan etkisi altında kare bir kanal içerisinde power-law akışkanın laminer zorlanmış taşınımını hidrodinamik ve termal olarak tam gelişmiş durumu için viskoz yayılım ve Joule ısıtma etkilerini de analize dâhil ederek Galerkin sonlu elemanlar yöntemi (FEM) ile incelemişlerdir. Power-law indeksi, Brinkman sayısı ve Hartmann sayısının hız ve sıcaklık profillerinin yanı sıra Nusselt sayısı üzerindeki etkileri belirlenmiştir. Kiyasatfar [17], paralel plakalı ve dairesel mikrokanallar içinde sabit termofiziksel özelliklere ve elektriksel iletkenliğe sahip power-law akışkanın hidrodinamik ve termal olarak tam gelişmiş akış ve ısı transferini analitik olarak incelemiştir. Viskoz yayılımdan kaynaklanan ısı üretimi de analize dahil edilmiştir. Kayma katsayısı, power-law indeksi ve Brinkman sayısı gibi parametrelerin akış, ısı transferi ve entropi üretimi üzerindeki etkileri incelenmiştir. Farhan ve Mazhar [18], üniform manyetik alan etkisi altındaki eş merkezli halka içinde sabit termofiziksel özelliklere ve elektriksel iletkenliğe sahip power-law akışkanın hidrodinamik ve termal olarak tam gelişmiş akışını sayısal olarak incelemiştir. Power-law indeksi ve Hartmann sayısının akış ve ısı transferine olan etkisi araştırılmıştır. Benzer bir çalışma, Ahmed vd. [19] tarafından yapılmış olup; manyetik alan etkisi altında bir halka içinde power-law akışkanın hidrodinamik ve termal olarak tam gelişmiş akışı, viskoz yayılım ve Joule ısıtma etkileri analize dahil edilerek sonlu farklar yöntemiyle sayısal olarak incelenmiştir. Sabit ısı akısı termal sınır koşulu altında power-law indeksi, Brinkman sayısı ve Hartmann sayısının hız ve sıcaklık profilleri ile Nusselt sayısı üzerindeki etkileri belirlenmiştir.

Bu çalışmada, düzlemsel kesitli bir kanalda power law akışkanın laminer akış ve ısı transferi teorik olarak incelenmiştir. Viskoz yayılım ve Joule ısıtma etkileri de analize dâhil edilerek; çalışma parametrelerinin farklı değerleri için hız ve sıcaklık profilleri ile Nusselt sayısı değişimi elde edilmiştir.

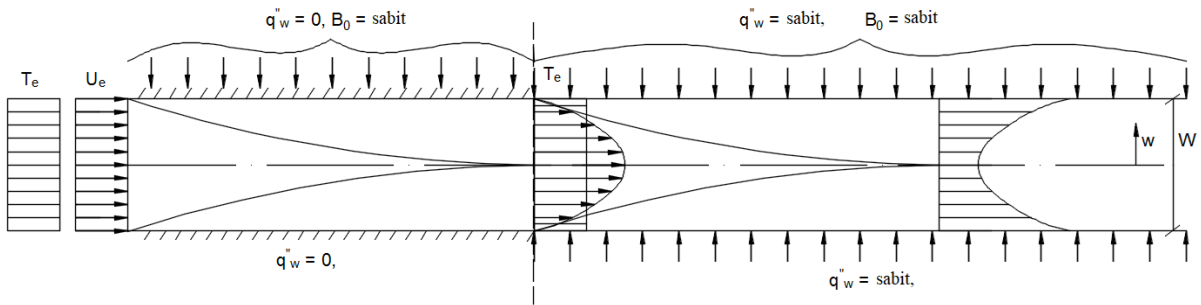
## 2. ANALİZ

Sabit ısı akısına maruz düzlemsel bir kanal içinde sıkıştırılmaz, sabit termofiziksel özelliklere ve elektriksel iletkenliğe sahip power law akışkanın, akışa dik olarak uygulanan üniform bir manyetik alan altındaki laminer akışı hidrodinamik olarak tam gelişmiş, termal olarak gelişmekte olan akış durumu için sayısal olarak incelenmiştir. Problemin şematik temsili, Şekil 1'de verilmektedir.

Hidrodinamik olarak tam gelişmiş akış durumu için Kartezyen koordinatlarda manyetik alan etkisi altında momentum ve enerji denklemleri aşağıda verilmiştir:

$$\rho \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \left( \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \right) + \sigma B^2 (v \sin \phi \cos \phi - u \sin^2 \phi) \quad (1)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{\rho C_p} \tau_{yx} \frac{du}{dy} + \frac{\sigma B^2}{\rho C_p} (u \sin \phi - v \cos \phi)^2 \quad (2)$$



**Şekil 1.** Düzlemsel bir kanalda MHD akışı ve ısı geçişi probleminin şematik gösterimi

Burada,  $\rho$  yoğunluğu,  $\sigma$  elektriksel iletkenliği ve  $B_0$  ise manyetik alan yoğunluğunu sembolize etmektedir. Momentum denklemin sağdan üçüncü terimi manyetik kuvveti ifade etmektedir. Enerji denkleminin ikinci ve üçüncü terimleri sırasıyla viskoz yayılım ve Joule ısıtma terimlerini ifade etmektedir.

Kanal cidarı sabit ısı akısına maruz bırakılmış olup; akışkan içerisindeki eksenel iletim ihmal edilmiştir.

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \ll \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (3)$$

Power-law tipi Ostwald-de Waele akışkanları için kayma gerilmesi ve şekil değiştirme ilişkisi şu şekilde verilmiştir.

$$\tau_{xy} = \eta \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|^{n-1} \frac{\partial u}{\partial y} \quad (4)$$

Burada,  $n$  power-law indeksini temsil etmekte olup,  $n > 1$  için *dilatant*,  $n < 1$  için *pseudoplastic* ve  $n = 1$  için ise Newtonumsu akış durumlarını karakterize etmektedir.

Hidrodinamik açıdan tam gelişmiş laminar akış için aşağıdaki kabuller yapılabilir:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (5a)$$

$$v = 0 \quad (5b)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (5c)$$

Bu kabuller altında ve manyetik alan yönü akışa dik olacak şekilde ( $\phi = 90^\circ$ ) tanımlandığında; (1) ve (2) numaralı momentum ve enerji denklemleri sırasıyla aşağıdaki gibi yazılır:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^n - \frac{\sigma B^2 u}{\rho} \quad (6)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\eta}{\rho C_p} \left( \frac{du}{dy} \right)^{n+1} + \frac{\sigma B^2 u^2}{\rho C_p} \quad (7)$$

Burada;  $\rho$ ,  $C_p$ ,  $k$  ve  $\mu$  sırasıyla yoğunluk, özgül ısı, ısı iletim katsayısı ve dinamik viskozitedir.

Bu problem için hidrodinamik sınır koşulları;

$$y = 0 \text{ 'da} \quad \frac{du}{dy} = 0 \quad \text{ve} \quad v = 0 \quad (8a)$$

$$y = W / 2 \text{ 'de} \quad u = 0 \quad \text{ve} \quad v = 0 \quad (8b)$$

olarak tanımlanır.

Boyutsuz değişkenler şu şekilde tanımlanmıştır:

$$X = \frac{x}{Re Pr W}, \quad Y = \frac{y}{W}, \quad U = \frac{u}{u_m}, \quad V = \frac{\nu Re Pr}{u_m}, \quad P = \frac{p - p_0}{\rho u_m^2} \quad (9)$$

Burada  $u_m$ , düzlemsel kanalın ortalama hızını,  $Re$  ise ortalama hıza ve kanal genişliğine bağlı Reynolds sayısını temsil eder. Kanalın genişliği  $W$ ,  $2w$ 'ye eşittir. Boyutsuz değişken  $X$ , Graetz sayısıdır.

Yukarıda tanımlanan boyutsuz değişkenler kullanılarak; (6) nolu momentum denklemi ve (8) nolu sınır koşulları aşağıdaki boyutsuz formu alır:

$$\frac{1}{Pr} \left( U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} \right) = -\frac{1}{Pr} \frac{\partial P}{\partial X} + \frac{\partial}{\partial Y} \left( \frac{\partial U}{\partial Y} \right)^n - Ha^2 U \quad (10)$$

$$Y = 0 \text{ 'da} \quad V = 0 \quad \text{ve} \quad \frac{dU}{dY} = 0 \quad (11a)$$

$$Y = 0.5 \text{ 'de} \quad U = 0 \quad \text{ve} \quad V = 0 \quad (11b)$$

Bu denklemdeki  $Ha$ , Hartmann sayısını sembolize etmekte olup; elektromanyetik kuvvetlerin viskoz kuvvetlere oranını temsil eder ve

$$Ha = \sqrt{\frac{\sigma B^2 u_m^{1-n} W^{n+1}}{\eta}} \quad (12)$$

şeklinde tanımlanır.



Reynolds sayısı ve Prandtl sayısı şu şekilde verilmiştir:

$$\text{Re} = \frac{\rho u_m^{2-n} W^n}{\eta}, \quad \text{Pr} = \frac{\eta C_p}{k} \left( \frac{u_m}{W} \right)^{n-1} \quad (13)$$

Her bir durum için, momentum denklemi, sonlu fark yöntemi kullanılarak sayısal olarak çözülmüştür.

Termal olarak gelişmekte olan durum için ısı sınır şartları;

$$x = 0 \text{ 'da} \quad T = T_e \quad (14a)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=w} = q_w \quad (14b)$$

olarak verilmektedir. Merkezdeki aksel simetri nedeniyle,  $y = 0$  daki termal sınır şartı şu şekilde yazılabilir:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} = 0 \quad (15)$$

Aşağıda verilen boyutsuz sıcaklığın kullanımıyla

$$\theta = \frac{T - T_e}{\frac{q_w'' H}{k}} \quad (16)$$

enerji denklemi boyutsuz formda şu şekilde yazılabilir:

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} + Br_q \left( \frac{dU}{dY} \right)^{n+1} + Br_q Ha^2 U^2 \quad (17)$$

Denklemdaki modifiye edilmiş Brinkman sayısı

$$Br_q = \frac{\eta u_m^{n+1}}{q_w W^n} \quad (18)$$

şeklinde tanımlanır. Boyutsuz formda enerji denklemlerinin çözümünde uygulanacak ısı sınır koşulları şu şekilde yazılabilir:

$$X = 0 \text{ 'da} \quad \theta = 0 \quad (19a)$$

$$Y = 0 \text{ 'da} \quad \left. \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right|_{Y=0} = 0 \quad (19b)$$

$$Y = 0.5 \text{ 'de} \quad \left. \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right|_{Y=0.5} = 1 \quad (19c)$$

Kanaldaki herhangi bir kesitteki boyutsuz yığın sıcaklığı şu şekilde yazılabilir:

$$\theta_b = \frac{T_b - T_e}{\frac{q_w'' H}{k}} = \frac{\int_0^{0.5} U \theta dY}{\int_0^{0.5} U dY} \quad (20)$$

Yerel Nusselt sayısı şu şekilde tanımlanabilir:

$$Nu_x = \frac{q_w'' H}{(T_w - T_b)k} = \left( \frac{T_w - T_b}{q_w'' H / k} \right)^{-1} = \left( \frac{T_w - T_e}{q_w'' H / k} - \frac{T_b - T_e}{q_w'' H / k} \right)^{-1} \quad (21)$$

Boyutsuz akışkan ve yığın sıcaklığı cinsinden yerel Nusselt sayısı şu şekilde yazılabilir:

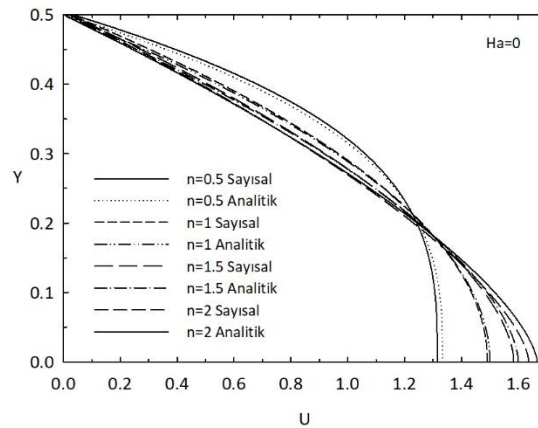
$$Nu_x = \frac{1}{\theta_w - \theta_b} \quad (22)$$

Her bir durum için, enerji denklemi, sonlu fark yöntemi kullanılarak sayısal olarak çözülmüştür.

### 3. BULGULAR

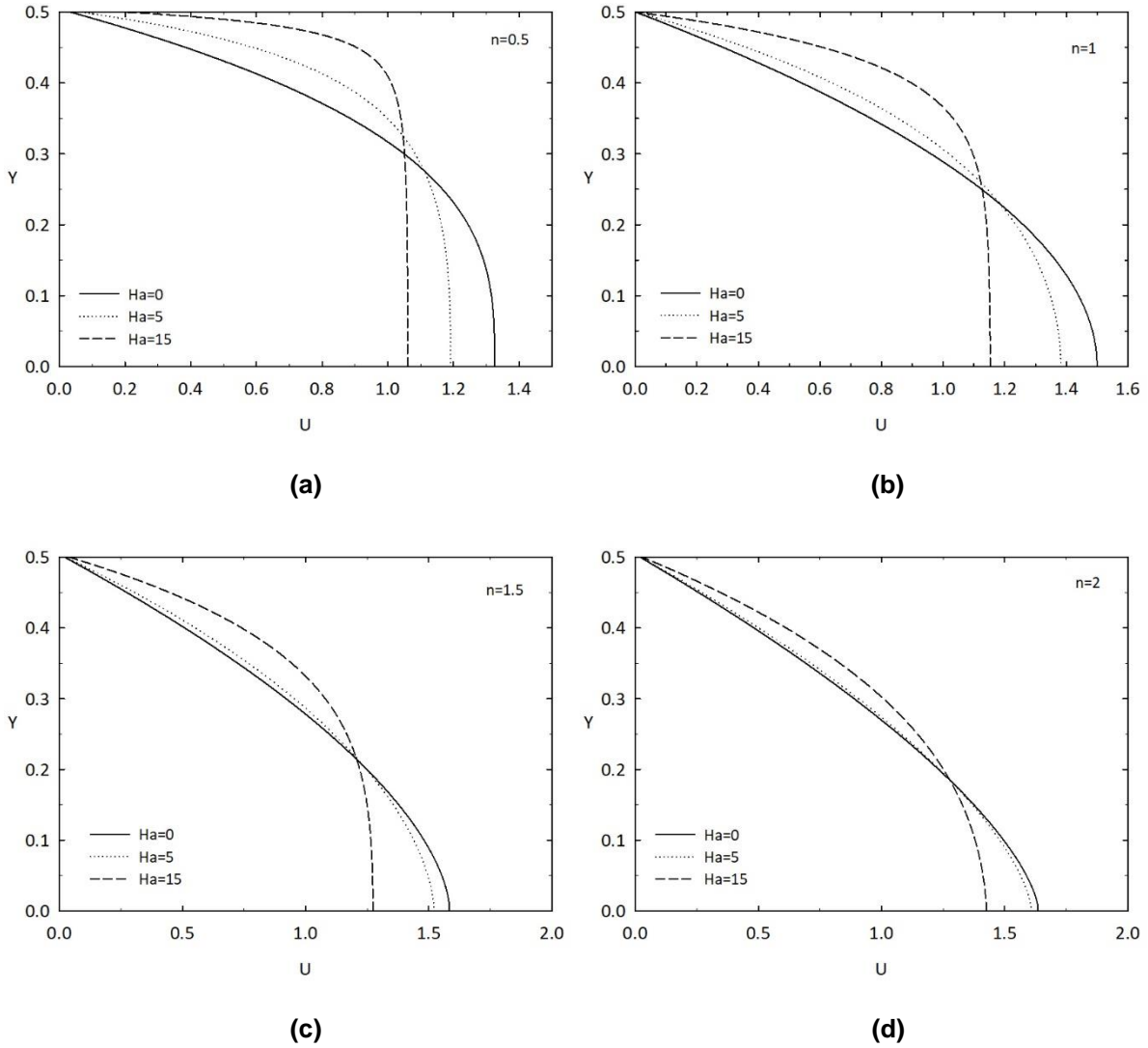
Düzlemsel bir kanalda, sabit termofiziksel özelliklere ve elektriksel iletkenliğe sahip power-law akışkanın, yerçekimi yönünde akışa dik olarak uygulanan manyetik alan altındaki laminer zorlanmış taşınımı, hidrodinamik olarak tam gelişmiş, termal olarak gelişmekte olan akış durumu için viskoz yayılım ve Joule ısıtma etkileri de dâhil edilerek analiz edilmiştir. Yapılan sayısal analizde, çözüm yöntemi olarak sonlu farklar yöntemi tercih edilmiştir. Akış bölgesinde, akışkan hareketi ile elektromanyetik alanın etkileşimi sonucu oluşan Lorentz kuvvetinin akış ve ısı transferi üzerindeki etkisi incelenmiştir. Sabit ısı akısı termal sınır koşulu için power-law indeksi, Brinkman sayısı ve Hartmann sayısına bağlı olarak hız ve sıcaklık profilleri ile Nusselt sayısının aksel değişimi üzerindeki etkileri incelenmiştir.

Şekil 2'de manyetik alan yokluğunda ( $Ha=0$ ), farklı power-law indeksleri için tam gelişmiş boyutsuz hız profillerinin Avcı ve Aydın [9] tarafından analitik olarak elde edilen hız dağılımıyla karşılaştırılması grafiksel olarak verilmektedir. Şekilden görüldüğü üzere power-law indeksinin azalmasıyla merkeze yakın bölgelerde hız azalırken cidara yakın bölgelerde hız gradyanı artmaktadır. Power-law indeksinin değişmesiyle hız gradyanında meydana gelen bu değişim sıcaklık profillerini, diğer bir ifadeyle ısı transferini önemli ölçüde etkilemektedir.



**Şekil 2.** Manyetik alan yokluğunda power-law indeksinin boyutsuz hız profili üzerindeki etkisi ve analitik-sayısal değerlerin karşılaştırılması

Akış alanı üzerine dışarıdan dik olarak üniform manyetik alanın uygulanmasıyla tam gelişmiş hız profillerinde meydana gelen değişim, farklı Hartmann sayıları için Şekil 3'de verilmektedir. Hidrodinamik olarak tam gelişmiş hız profili, ele alınan tüm power-law indeksleri için şekilden de görüldüğü üzere elektromanyetik kuvvetlerin etkisi altında değişim gösterir. Hartmann sayısının artmasıyla boyutsuz hız profilinin parabolik şekli değişmiş ve cidardaki hız gradyanları artarken; merkez etrafındaki hızın hemen hemen düzleştiği görülmüştür. Bunun nedeni, Lorentz kuvvetidir. Bu kuvvet, aksel akışa karşı direnç oluşturur. Daha önce de ifade edildiği gibi power law indeksinin artmasıyla merkezdeki hız artarken cidara yakın bölgelerde hız gradyanı azalır.

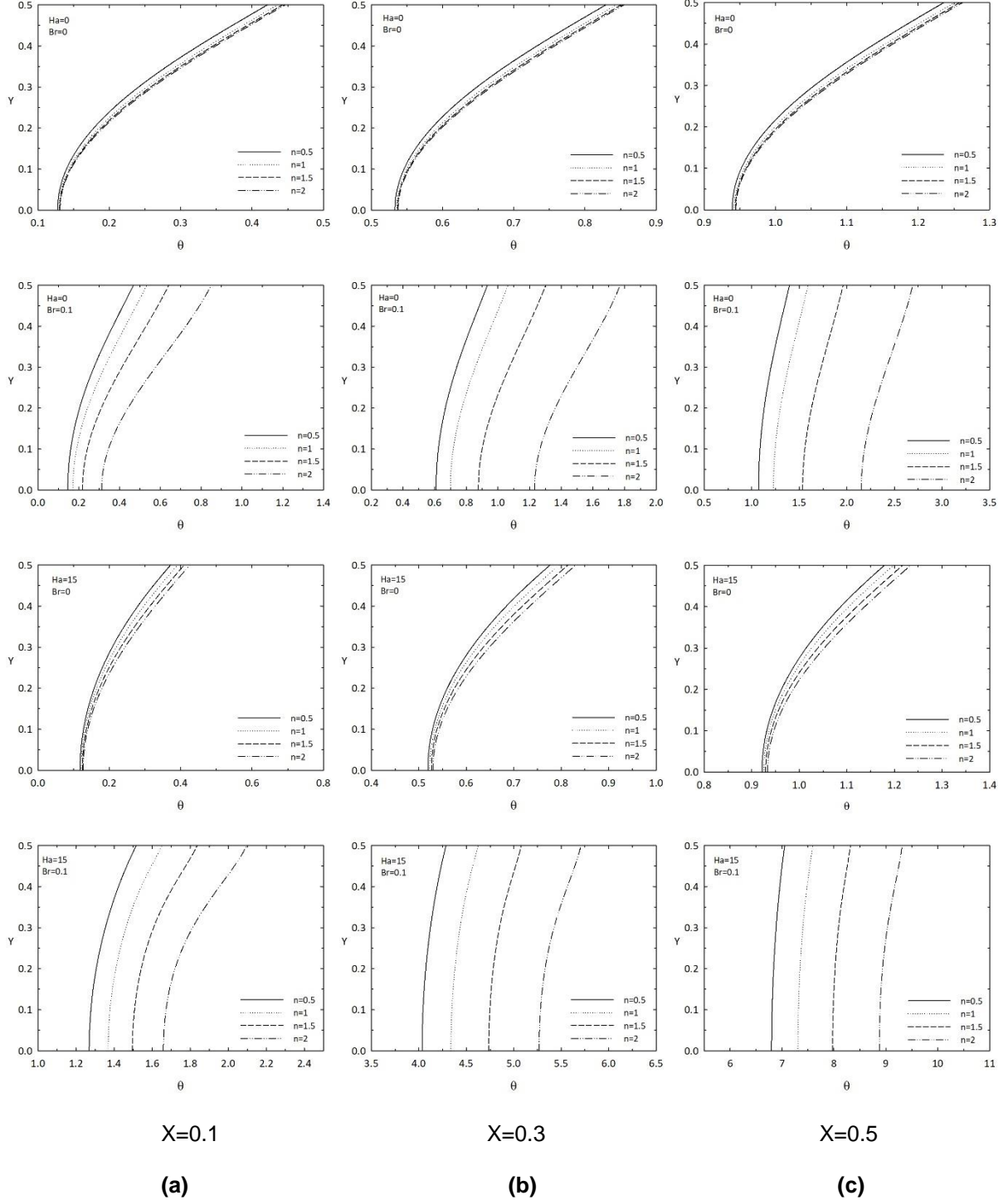


**Şekil 3.** Farklı  $Ha$  sayıları ve power-law indekslerinin ( $n$ ) tam gelişmiş boyutsuz hız profili üzerindeki etkisi

Termal olarak gelişmekte olan akış için bazı aksel istasyonlardaki boyutsuz sıcaklık profilleri, Brinkman sayısı, Hartmann sayısı ve power-law indeksinin farklı değerleri için Şekil 4'te verilmiştir. Hartmann sayısının 0'dan 15'e artması (akışın manyetik alana maruz bırakılması) incelenen tüm istasyonlarda boyutsuz sıcaklık gradyanını azaltmıştır. Manyetik alan varlığında cidara yakın bölgelerde hız gradyanının artması daha yüksek ısı transfer katsayılarına yol verir. Beklenildiği gibi; boyutsuz sıcaklık, hem Brinkman sayısı hem de Hartmann sayısı birlikte arttıkça artar. Bunun nedeni, viskoz yayılım ve Joule ısıtma kaynaklı tersinmez enerji dönüşümü veya diğer bir deyişle hacimsel ısı üretimidir.



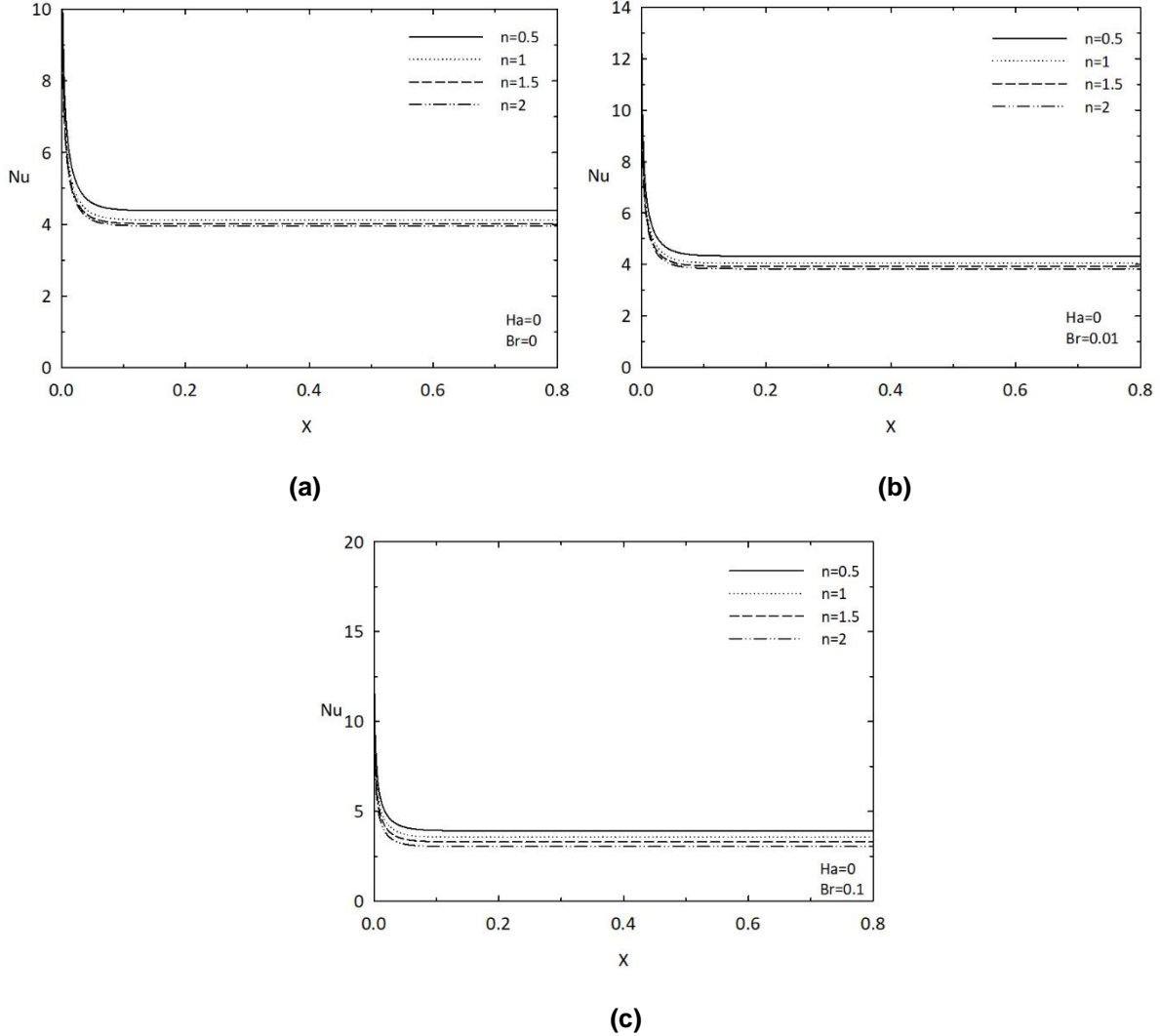
Yapılan çalışmada  $n = 0,5, 1, 1,5$  ve  $2$  olmak üzere power-law indeksinin dört farklı değeri dikkate alınmıştır. Görüldüğü gibi, ele alınan tüm eksenel istasyonlarda power-law indeksindeki artışla boyutsuz sıcaklık gradyanı artmaktadır. Ayrıca Şekil 4'ten de görüldüğü üzere power-law indeksinin sıcaklık profilleri üzerinde oluşturduğu etki viskoz yayılım ve Joule ısıtma etkisi altında (viskoz yayılım ve Joule ısıtma etkisinin olmadığı duruma kıyasla) daha belirgin olmaktadır.



Şekil 4. Farklı eksenel istasyonlardaki boyutsuz sıcaklık profilleri

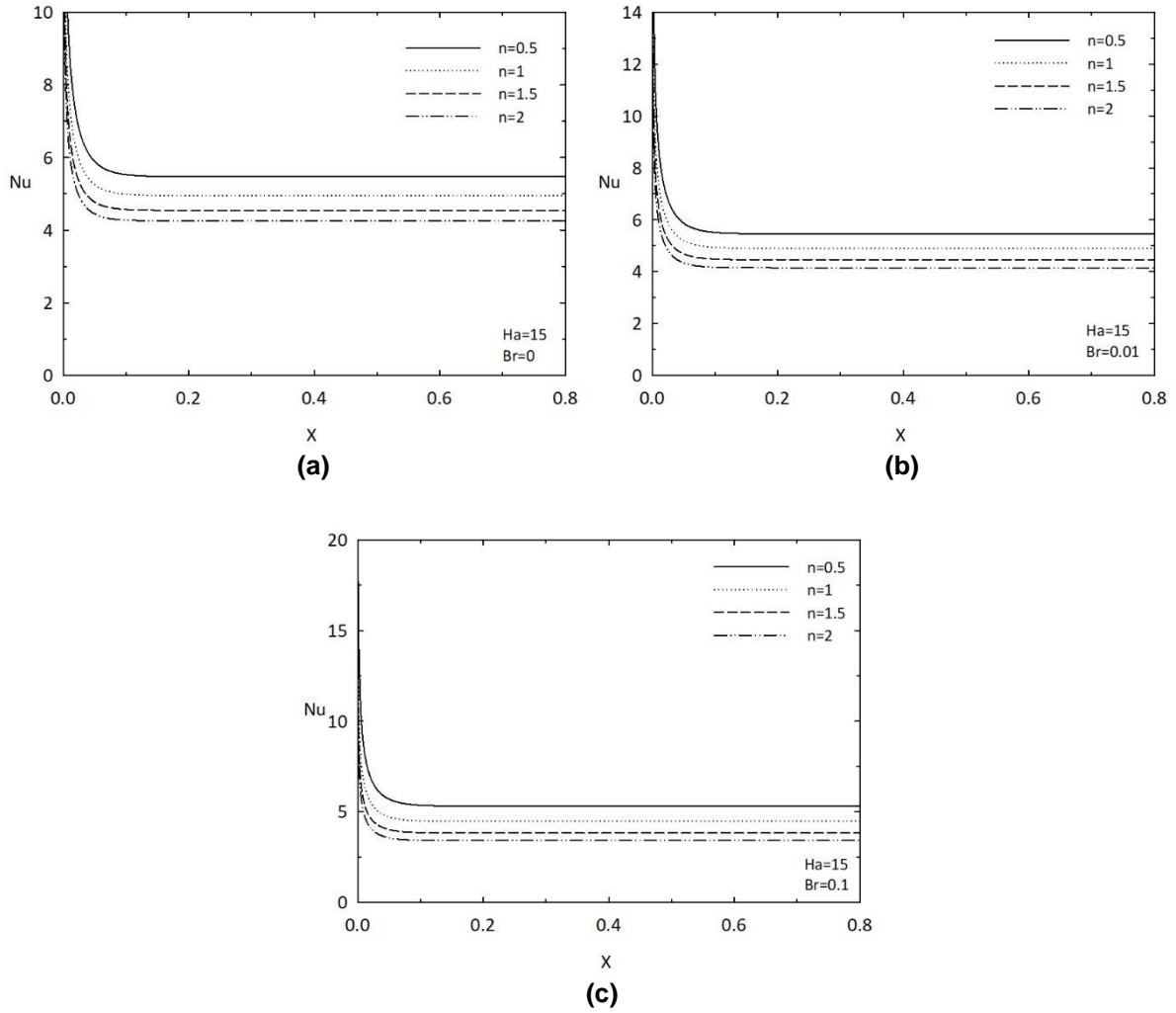
Manyetik alan etkisinin olmadığı durumda ( $Ha=0$ ) boyutsuz sıcaklık profillerinden elde edilen Nusselt sayılarının kanal boyunca gelişimleri, Brinkman sayısı ve power-law indeksinin farklı değerleri için

Şekil 5'te verilmektedir. Manyetik alan etkisinin olmadığı durum ( $Ha=0$ ) için elde edilen  $Nu$  değerleri, Avcı ve Aydın [9] tarafından verilen analitik değerler ile aynıdır. Bu durum uygulanan sayısal yöntemin doğruluğunu destekler.  $Br = 0$  için  $Nu$ ,  $n > 1$  için artan  $n$  ile azalırken,  $n < 1$  için azalan  $n$  ile artar. Şekil 5a'da  $Br = 0$  için  $Nu$ , verilen her  $n$  için tam gelişmiş değerine hızlıca ulaşmaktadır. Viskoz yayılım ve Joule etkisi dâhil olduğunda ise, cidar ve yığın akışkan arasındaki sıcaklık farklarının artması sonucu her  $n$  için  $Nu$  sayısı azalmaktadır (Şekil 5b, c).  $n < 1$  için ısı transferi artarken  $n > 1$  için azalmaktadır.



**Şekil 5.** Manyetik alan etkisi yokken yerel Nusselt sayısının, Brinkman sayısı ve power-law indeksine göre değişimi

Manyetik alan etkisi altında yerel Nusselt sayısının, Brinkman sayısı ve power-law indeksine göre değişimi Şekil 6'da verilmektedir. Şekilden görüldüğü üzere Brinkman ve power-law indekslerinin yerel Nusselt sayısı üzerindeki etkisi manyetik alan uygulanmadığı duruma benzerlik göstermektedir. Power-law indeksinin ısı transferi üzerindeki etkisi ise manyetik alan varlığında belirginleştiği ifade edilmelidir. Ayrıca, akışa manyetik alan uygulanmasıyla yerel Nusselt sayısı tam gelişmiş değerine daha geç ulaşmakta ve kanal boyunca daha yüksek ısı transfer katsayıları elde edilmektedir. İncelenen tüm durumlar için Nusselt sayısının tam gelişmiş değerleri Tablo 1'de özetlenmektedir.



**Şekil 6.** Manyetik alan etkisi altında yerel Nusselt sayısının, Brinkman sayısı ve power-law indeksine göre değişimi

**Tablo 1.** Brinkman sayısının 0, 0.01 ve 0.1 değerleri ve  $n=0.5$ , 1, 1.5, ve 2 değerleri için, Hartmann sayısının 0 ve 15 değerlerindeki Nusselt sayısının değişimi

| Nu    |          |          |          |          |
|-------|----------|----------|----------|----------|
| Br=0  | n=0.5    | n=1      | n=1.5    | n=2      |
| Ha=0  | 4.379698 | 4.118926 | 4.010861 | 3.951645 |
| Ha=15 | 5.472962 | 4.951748 | 4.542953 | 4.255568 |

| Nu      |          |          |          |          |
|---------|----------|----------|----------|----------|
| Br=0.01 | n=0.5    | n=1      | n=1.5    | n=2      |
| Ha=0    | 4.327482 | 4.053814 | 3.924746 | 3.834929 |
| Ha=15   | 5.455744 | 4.898377 | 4.460282 | 4.152583 |

| <i>Nu</i>     |              |            |              |            |
|---------------|--------------|------------|--------------|------------|
| <i>Br=0.1</i> | <i>n=0.5</i> | <i>n=1</i> | <i>n=1.5</i> | <i>n=2</i> |
| <i>Ha=0</i>   | 3.914471     | 3.554633   | 3.291513     | 3.02959    |
| <i>Ha=15</i>  | 5.305523     | 4.46523    | 3.832588     | 3.4099     |

#### 4. SONUÇLAR

Sunulan bu çalışmada, düzlemsel kanaldaki hidrodinamik olarak gelişmiş, termal olarak gelişmekte olan ve elektriksel iletkenliğe sahip power-law akışkanın manyetik alan etkisi altındaki ısı transferi, sabit ısı akısı ısı sınır koşulu için sayısal olarak incelenmiştir. Yapılan analizde ısı üretim terimleri (Joule ısıtma ve viskoz yayılım) hesaplamalara dâhil edilmiş ve ilgili parametrelerin ısı transferi üzerindeki etkisi, power-law indeksinin farklı değerleri için tartışılmıştır. Yapılan çalışmadan elde edilen sonuçlar şu şekilde özetlenebilir:

- Power-law indeksinin değişmesi ile tam gelişmiş hız profillerini değiştirmektedir. Power-law indeksinin azalmasıyla ( $n=2$ 'den  $0,5$ e) cidara yakın bölgelerde hız gradyanı artmakta ve bu da ısı transferini artırmaktadır.
- Akış alanına dik manyetik alan uygulanması sonucunda oluşan ve akışa karşı direnç oluşturan Lorentz kuvveti ele alınan tüm power-law indeksleri için hız profillerini değiştirmektedir. Artan manyetik alan şiddetiyle birlikte ( $Ha=0$ 'dan  $15$ e) sıcaklık gradyanı azalmakta ve dolayısıyla ısı transferi artmaktadır.
- Isı üretiminin (viskoz yayılım ve Joule ısıtma) hesaplamalarda dikkate alınması ısı transferini önemli ölçüde etkilemektedir. Akışkan içerisinde meydana gelen ısı üretimi sonucu akışkan yığın sıcaklığı artmakta ve bunun sonucu olarak sıcaklık gradyanı artarak; yerel Nusselt sayıları düşmektedir.
- Isı üretiminin olmadığı durumda;  $Nu$ ,  $n > 1$  için artan  $n$  ile azalırken,  $n < 1$  için azalan  $n$  ile artar.  $Br = 0$  için  $Nu$ , verilen her  $n$  için tam gelişmiş değerine hızlıca ulaşmaktadır. Isı üretiminin (viskoz yayılım ve Joule ısıtma) hesaplamalarda dikkate alınması durumunda ise, cidar ve yığın akışkan arasındaki sıcaklık farkının artması sonucu her  $n$  için  $Nu$  sayısı azalmaktadır.  $n < 1$  için ısı transferi artarken  $n > 1$  için azalmaktadır.

#### KAYNAKLAR

- [1] DAVIDSON, P.A., An Introduction to Magnetohydrodynamics, Cambridge University Press, USA, 2001.
- [2] ATTIA, H.A., On the Effectiveness of Variation in the Physical Variables on the Steady MHD Flow Between Parallel Plates with Heat Transfer, Int. J. Numer. Methods Eng., 65, 2, 224-235, 2006.
- [3] LIMA, J. A., QUARESMA, J. N. N., MACÊDO, E. N., Integral Transform Analysis of MHD Flow and Heat Transfer in Parallel-Plates Channels, Int. Commun. Heat Mass Transfer, 34, 420–431, 2007.
- [4] MAO, J., ALEKSANDROVA, S., MOLOKOV, S., Joule Heating in Magnetohydrodynamic Flows in Channels with Thin Conducting Walls, Int. J. Heat Mass Transfer, 51, 4392–4399, 2008.
- [5] LAHJOMRI, J., ZNIBER, K., OUBARRA, A., ALEMANY A., Heat Transfer by Laminar Hartmann's Flow in Thermal Entrance Region with Uniform Wall Heat Flux: the Graetz Problem Extended, Energy Convers. Manag., 44, 11-34, 2013.
- [6] KIYASATFAR, M., POURMAHMOUD, N., Laminar MHD Flow and Heat Transfer of Power-Law Fluids in Square Microchannels, Int. J. Therm. Sci., 99, 26-35, 2016.

- [7] TSO, C.P., SHEELA-FRANCISCA, J., HUNG, Y.M., “Viscous Dissipation Effects of Power-Law Fluid Flow Within Parallel Plates with Constant Heat Fluxes”, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 165 625–630, 2010.
- [8] ETEMAD, S. G., MUJUMDAR, A. S., HUANG, B., Viscous Dissipation Effects in Entrance Region Heat Transfer for a Power Law Fluid Flowing Between Parallel Plates, *Int. J. Heat and Fluid Flow*, 15 2, 1994.
- [9] AVCI, M., AYDIN, O., Forced Convection Flow of Viscous Dissipative Power-Law Fluids in a Plane Duct Part 1. Hydrodynamically and Thermally Fully Developed Flow, *Isı Bilimi ve Tekniği Dergisi*, 28, 2, 9-16, 2008.
- [10] AVCI, M., AYDIN, O., Forced Convection Flow of Viscous Dissipative Power-Law Fluids in a Plane Duct Part 2. Thermally Developing Flow, *Isı Bilimi ve Tekniği Dergisi*, 28, 2, 17-24, 2008.
- [11] COTTA, R. M., ÖZİŞİK, M. N., RALEIGH, Laminar Forced Convection of Power-Law Non-Newtonian Fluids Inside Ducts, *Warme-und Stoffübertragung*, 20, 211-218, 1986.
- [12] JAMBAL, O., SHIGECHI, T., DAVAA, G., MOMOKI, S., Effects of Viscous Dissipation and Fluid Axial Heat Conduction on Heat Transfer for Non-Newtonian Fluids in Ducts with Uniform Wall Temperature Part I: Parallel Plates and Circular Ducts, *International Communications in Heat and Mass Transfer* 32, 1165–1173, 2005.
- [13] BARLETTA, A., Fully Developed Laminar Forced Convection in Circular Ducts for Power-Law Fluids with Viscous Dissipation *Int. J. Heat Mass Transfer*, 40, 15-26, 1997.
- [14] DAVAA, G., SHIGECHI, T., MOMOKI, S., Effect of Viscous Dissipation on Fully Developed Heat Transfer of Non-Newtonian Fluids in Plane Laminar Poiseuille-Couette Flow, *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, 31, 663-672, 2004.
- [15] COELHO, P.M., POOLE, R.J., Heat Transfer of Power-Law Fluids in Plane Couette–Poiseuille Flows with Viscous Dissipation, *Heat Transfer Engineering*, 41 13 1189–1207, 2020.
- [16] EVCİN, C., UĞUR, Ö., Sezgin, M.T., Controlling the Power-Law Fluid Flow and Heat Transfer Under the External Magnetic Field Using the Flow Index and the Hartmann Number, *International Journal of Computational Methods*, 1850143-1, 2018.
- [17] KIYASATFAR, M., Convective heat transfer and entropy generation analysis of non-Newtonian power-law fluid flows in parallel-plate and circular microchannels under slip boundary conditions, *International Journal of Thermal Sciences*, 128 15-27, 2018.
- [18] FARHAN, A., MAZHAR I., Heat Transfer Analysis of MHD Power Law Nano Fluid Flow through Annular Sector Duct, *Journal of Thermal Science*, 1003-2169 01-0169-13, 2020.
- [19] AHMED, F., IQBAL, M., AKBAR, N.S., Viscous dissipation and joule heating effects on forced convection power law fluid flow through annular duct, *Journal of Mechanical Engineering Science*, 0(0) 1–8, 2021.

## ÖZGEÇMİŞ

### Esra YAĞCI

Karadeniz Teknik Üniversitesi Makina Mühendisliği Bölümü Termodinamik Anabilim Dalı'nda Araştırma Görevlisi olarak görev yapmaktadır. Isı transferi, Akışkanlar Mekaniği, Manyetohidrodinamik alanlarında çalışmalar yapmaktadır.

### Orhan AYDIN

Karadeniz Teknik Üniversitesi Makina Mühendisliği Bölümü Termodinamik Anabilim Dalı öğretim üyesidir. Araştırma ilgisi, mikro-elektro-mekanik sistemlerde akış fiziği, elektronik soğutma ve enerji depolama gibi konuları kapsamaktadır.

### Tülin BALI

Karadeniz Teknik Üniversitesi Makina Mühendisliği Bölümü Termodinamik Anabilim Dalı öğretim üyesidir. Hesaplama ısı transferi, ısı geçişinin iyileştirilmesi, kojenerasyon ve yenilenebilir enerjili hibrit sistemler konularında çalışmalar yapmaktadır.