

YAMUK MİKROKANALLARDA ISI GEÇİŞİ

Lütfullah KUDDUSİ

ÖZET

Günümüz dünyasında mikrokanalların önemi tartışılmaz durumdadır. Mikrokanallarda diğer etkilerin yanı sıra özellikle alan/hacim oranı çok büyük olduğundan ısı geçişi diğer geleneksel sistemlere nazaran çok daha büyük olmaktadır. Mikrokanalların ısı geçişi yönünden bu avantajı onların kullanımını özellikle bazı alanlarda kaçınılmaz yapmıştır. Daha büyük ısı geçişini gerçekleştirirken sıcaklık farkının yine geleneksel sistemlere kıyasla daha küçük olduğu çok sayıda uygulamadan anlaşılmaktadır. Adından belli olduğu gibi mikrokanalların karakteristik ölçüsü mikron ile veya başka bir deyişle bir milimetrenin altındaki rakamlarla ifade edilmektedir. Bu çalışmada yamuk kesit alanına sahip bir mikrokanal, ısı olarak gelişmekte ve tam gelişmiş bölgede, ısı geçişi yönünden incelenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Mikrokanal, Yamuk kesitli, Isı geçişi, Kayma akışı, Nusselt sayısı.

ABSTRACT

Today the importance of microchannels is unquestionable. Besides the other effects, especially area/volume ratio is very high in microchannels making the heat transfer very high compared to conventional systems. This advantageous of microchannels makes usage of them, especially in some areas, unavoidable. Although the heat transfer is high in microchannels, the temperature difference in microchannels is low, as it is known from most operations, compared to conventional systems. As it is understood from the name, characteristic size of microchannels is expressed by microns or in other words by figures below one millimeter. In this work, a trapezoidal microchannel is studied from the point of view of heat transfer both in thermally developing and in fully developed regions.

Key Words: Microchannel, Trapezoidal cross section, heat transfer, slip flow, Nusselt number.

1. GİRİŞ

Günümüz dünyasında gaz akışlı mikrokanallar çeşitli mühendislik sistemlerinde kullanılmaktadır. Özellikle alan/hacim oranı mikrokanallarda geleneksel (makro) kanallara nazaran çok büyük olduğundan, bu kanallarda izafi olarak ısı akısı yüksek mertebelere sahiptir. Bu durum ve diğer avantajları mikrokanalların kullanımını kaçınılmaz yapmıştır. Çok sayıda kullanımını dikkate alarak mikrokanalların çözümlenmesi hakkında bilgi sahibi olmamız gerekir. Burada genel açıklamaların yanı sıra gaz akışlı yamuk kesit alanı olan mikrokanallarla ilgili yapılan çalışmalar anlatılacaktır.

Akış problemlerinde boyut küçüldükçe probleme hakim olan fizik kuralları değişmektedir. Akış problemlerinde boyut küçüldüğünde en belirgin değişiklik akış rejiminde meydana gelmektedir. Akış rejimi Knudsen sayısına göre ifade edilir. Knudsen sayısı gaz molekülerinin serbest mesafesinin (λ_{mfp}) sistemin karakteristik uzunluğuna (L) oranı şeklinde tanımlanmıştır.

$$Kn = \frac{\lambda_{mfp}}{L} \quad (1)$$

Beskok ve Karniadakis [1] akış rejimlerini Knudsen sayısına (Kn) bağlı olarak sınıflamışlar. Beskok ve Karniadakis'e [1] göre bir akış rejimi olan "kayma akışı" Knudsen sayısının 0.001 ile 0.1 aralığında meydana gelmektedir. Örnek olarak, hava molekülerinin standart şartlarda serbest mesafesinin $0.066 \mu m$ olduğuna göre, mikrokanal karakteristik uzunluğunun $100 \mu m$ 'den küçük olduğu takdirde kayma akışı meydana gelecektir.

Kayma akışında sürekli ortam söz konusu olmadığı için süreksiz ortam fiziği göz önüne alınarak modellenmelidir. Mikrokanal hava akışında şayet karakteristik uzunluk $100 \mu m$ 'den daha küçük olursa, süreksiz ortam ortaya çıkacaktır. Bu durumun bir sonucu olarak makro sistemlerde alıştığımız tersine katı cidarlarda akış hızı sıfır değil, sıfırdan farklıdır. Başka bir deyişle durağan mikrokanal duvarlarına çok yakın bölgede akış hızı sıfırdan farklı pozitif bir değerdir. Literatürde bu tür akış modeline kayma akışı denir. Kayma akışı aynı zamanda akış basıncı çok düşük değerlerde olduğu zaman da meydana gelmektedir, ancak bu çalışmadaki mikrokanal akış basıncı çok düşük değerlerde değildir. Makrokanallarda veya başka bir deyişle sürekli ortamlarda akış hızı katı cidarlarda sıfır olduğu için katı cidarda akış sıcaklığı katı cidar sıcaklığına eşittir. Klasik teori bu sınır şartı üzerinde kurgulanmıştır. Ancak mikrokanal duvarlarında akış hızının sıfırdan farklı oluşu, makrokanalların tersine, doğal olarak duvarlara çok yakın akış sıcaklığı duvar sıcaklığından farklıdır. Literatürde bu duruma sıcaklık zıplaması denir. Yani duvar sıcaklığı ile akış sıcaklığı duvar bölgesinde aynı değildir.

Katı cidarlarda hızın sıfırdan farklı oluşu ve sıcaklık zıplaması kayma akışı modelinin iki önemli dikkate alınacak sınır koşuludur.

Sürekli ortamın var olduğu problemlerde akış alanı Navier-Stokes denklemleriyle karakterize edilmektedir. Mikrokanallarda sürekli ortam olmadığı için akışı alanı Navier-Stokes denklemleriyle karakterize edilemez. Duvarlara yakın bölge hariç akış alanı sürekli varsayılabilir ve Navier-Stokes denklemleriyle karakterize edilebilir. Şayet duvarlarda yukarıda bahsedildiği gibi akış hızının sıfırdan farklı oluşu dikkate alınır, akış alanında Navier-Stokes denklemleri kullanılabilir ve süreksiz ortamda bu kullanımdan ötürü oluşan hata asgariye indirgenmiş olur. Mikrokanal hidrodinamik etkilerinin yanı sıra ısı olarak da inceleniyorsa, Navier-Stokes denklemleri birlikte enerji denklemi de çözümlenmelidir. Bu durumda, duvarlarda akış hızın sıfırdan farklı oluşu ve duvarlarda akış sıcaklığının duvar sıcaklığından farklı oluşu, iki önemli düzeltici sınır koşulu olarak dikkate alınmalıdır.

Aşağıda açık literatürde gaz akışlı yamuk kesit alanı olan mikrokanallarla ilgili yapılan çalışmalar anlatılmıştır.

Morini vd. [2] kesit alanı dikdörtgen, yamuk ve ikili yamuk olan gaz akışlı mikrokanallarda seyreltme (Knudsen sayısı) ve kesit alanı şeklinin etkilerini araştırmıştır. Yamuk ve ikili yamuk kesit alanı olan mikrokanallarda kenar oranı ancak 0.5'ten küçük olduğu zaman sürtünme faktörü üzerinde etkili olmaktadır. Ding vd. [3], Harley vd. [4] ve Araki vd. [5] gaz akışının yamuk kesit alanlı mikrokanalda deneysel çalışma gerçekleştirmişler. Her üç çalışmada sürtünme faktörünün geleneksel teorisinin öngördüğünden daha az olduğu ortaya çıkmıştır. Cao vd. [6] duvarlarda üniform ısı akışı sınır koşulunda kayan akışı yamuk mikrokanalda ısı olarak incelemiştir. Yamuk mikrokanallarda kenar oranının ve taban açısının akış ve ısı geçişi üzerinde önemli etken olduğu sonucuna varılmıştır. Bu sonuç Niazmand vd. [7] tarafından da yapılan çalışmada elde edilmiştir.

Yukarıdaki çalışmalardan gaz akış probleminin hidrodinamik yönü yamuk mikrokanalda belli ölçüde çalışıldığı görünüyor. Ancak yamuk mikrokanalda gaz akışının ısı yönü nadir olarak ele alınmıştır. Bu çalışmada yamuk mikrokanalda gaz akışının özellikle ısı yönü incelenecektir.

2. DEĞİŞTİRİLMİŞ SINIR ŞARTLARI

Mikrokanalda kayma akışı söz konusu olduğunda duvarlara çok yakın bölgede; akış hızı sıfırdan ve akış sıcaklığı duvar sıcaklığından, farklıdır. Mikrokanallarda bu durum Barron vd. [8] tarafından aşağıdaki gibi formüle edilmiştir.

$$w_s = \beta_v \lambda_{mfp} \left. \frac{\partial w}{\partial n_i} \right|_{\Gamma_i} \quad (2)$$

$$\theta_s = \theta_w + \beta_t \lambda_{mfp} \left. \frac{\partial \theta}{\partial n_i} \right|_{\Gamma_i} \quad (3)$$

Burada n_i ve Γ_i sırasıyla mikrokanal iç duvarlarına dik birim vektör ve mikrokanal iç çevresidir. β_v ve β_t aşağıdaki şekilde verilmiştir.

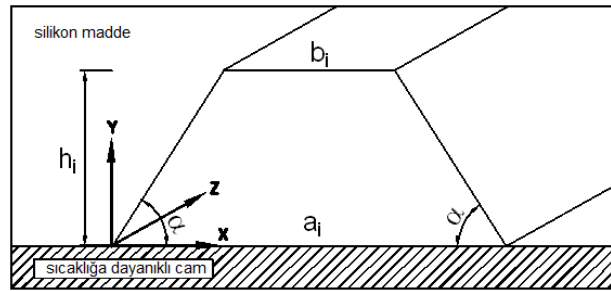
$$\beta_v = \frac{2 - F_v}{F_v} \quad (4)$$

$$\beta_t = \frac{2 - F_t}{F_t} \frac{2R}{1 + R} \frac{1}{Pr} \quad (5)$$

F_v ve F_t katsayıları sırasıyla teğet momentum intibak katsayısı ve ısı intibak katsayısı olarak tanımlanır. Çoğu mühendislik problemlerinde bu katsayılar bu çalışmada olduğu gibi 1 alınmıştır.

3. MOMENTUM DENKLEMİ

Yamuk mikrokanal Şekil 1'de görünmektedir. Görüldüğü gibi taban açısı 54.74° değerindedir. Bu açı yamuk mikrokanalın üretim teknolojisinden kaynaklanmaktadır.



Şekil 1. Yamuk kesitli mikrokanal

Mikrokanalda sürekli rejimde sıkıştırılmaz viskoz akış için hidrodinamik olarak gelişmiş bölgede momentum denklemi şöyle yazılabilir.

$$\frac{\partial^2 w}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial Y^2} = \frac{1}{\mu} \frac{dp}{dZ} \quad (6)$$

Momentum denklemi aşağıdaki boyutsuz parametreler kullanılarak boyutsuzlaştırılmıştır.

$$\xi = \frac{X}{D_h} \quad (7)$$

$$\eta = \frac{Y}{D_h} \quad (8)$$

$$\zeta = \frac{Z}{D_h} \frac{\alpha}{P w_m D_h} \quad (9)$$

$$u = \frac{w}{w_m P} \quad (10)$$

Bu boyutsuz parametrelerde sırasıyla w_m ortalama hızı ve P normalize basınç gradyanı olarak tanımlanmış ve aşağıdaki şekilde hesaplanmıştır.

$$w_m = \frac{1}{A_c} \int_{A_c} w(X, Y) dA_c \quad (11)$$

$$P = \frac{D_h^2}{w_m \mu} \frac{\partial p}{\partial Z} \quad (12)$$

A_c mikrokanalın kesit alanını karakterize etmektedir. Boyutsuz parametreleri kullanarak boyutsuz momentum denklemi bulunabilir.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} = 1 \quad (13)$$

Yukarıda verilen değiştirilmiş hidrodinamik sınır şartı, denklem (2), boyutsuzlaştırılmıştır.

$$u_s = \beta_v Kn \left. \frac{\partial u}{\partial n} \right|_{\Gamma} \quad (14)$$

Daha önce söylendiği gibi Knudsen sayısı Kn yamuk mikrokanalda şöyle tanımlanmıştır

$$Kn = \frac{\lambda_{mfp}}{D_h} \quad (15)$$

4. ENERJİ DENKLEMİ

Mikrokanalda sürekli rejimde sıkıştırılmaz viskoz akış için ısıl olarak gelişmekte olan bölgede akış yönünde iletimle ısı geçişi ihmal edilerek enerji denklemi şöyle yazılabilir.

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} = \frac{w}{\alpha} \frac{\partial \theta}{\partial Z} \quad (16)$$

Mikrokanal üst ve iki yan duvarlardan sabit ısı akısıyla ısıtılmaktadır. Mikrokanalın altı sıcaklığa dayanıklı bir cam ile kapatılmıştır, dolayısıyla alt duvar adyabatik alınabilir. Bu varsayımlara göre ısı sınır şartları aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right|_{Y=0} = 0 \quad (17)$$

$$k \left. \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right|_{Y=h_i} = q \quad (18)$$

$$-k \left. \frac{\partial \theta}{\partial n_i} \right|_{\text{SolDuvar}} = q \quad (19)$$

$$-k \left. \frac{\partial \theta}{\partial n_i} \right|_{\text{RightWall}} = q \quad (20)$$

$$\theta|_{Z=0} = \theta_0 \quad (21)$$

Daha önce tanımlanan boyutsuz parametreler ve aşağıda tanımlanan boyutsuz sıcaklık enerji denkleminin ve ısı sınır şartlarının boyutsuzlaştırılmasında kullanılacaktır.

$$T = \frac{\theta - \theta_0}{(qD_h/k)} \quad (22)$$

Boyutsuz enerji denklemi ve ısı sınır şartları aşağıdaki gibi bulunmuştur.

$$\frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2} = u \frac{\partial T}{\partial \zeta} \quad (23)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial \eta} \right|_{\eta=0} = 0 \quad (24)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial \eta} \right|_{\eta=h} = 1 \quad (25)$$

$$-\left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_{L.W.} = 1 \quad (26)$$

$$-\left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_{R.W.} = 1 \quad (27)$$

$$T|_{\zeta=0} = 0 \quad (28)$$

Yukarıda verilen değiştirilmiş ısı sınır şartı, denklem (3)'te boyutsuzlaştırılmıştır.

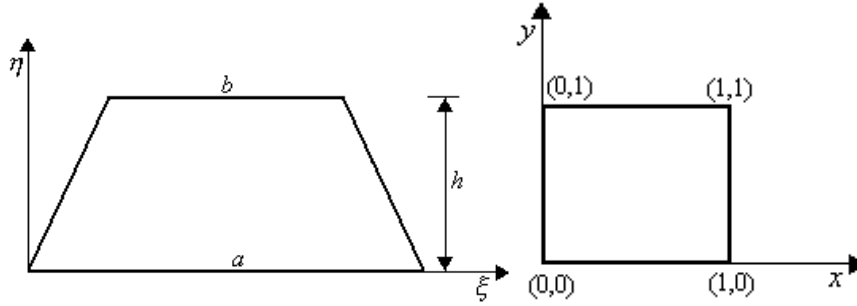
$$T_s = T_w + \beta\beta_v Kn \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_{\Gamma} \quad (29)$$

Burada β Yu ve Ameer [9] tarafından aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$\beta = \frac{\beta_t}{\beta_v} \quad (30)$$

5. MİKROKANAL GEOMETRİSİNİN DİKDÖRTGEN GEOMETRİYE DÖNÜŞÜMÜ

Daha önce verilen momentum ve enerji denklemleri ilgili sınır şartlarıyla birlikte yamuk geometride analitik olarak çözümlenmez. Sonuç olarak bu denklemleri sayısal olarak çözmek gerekir. Sonlu farklar yöntemini yamuk geometride uygulamak bir az zordur, çünkü iki kenarda ağ düzgün olmayacaktır. Düzgün ağ yaratabilmek için yamuk geometriyi kare geometriye dönüştürmek gerekir. Weilin vd. [10] çalışmalarında verdikleri aşağıdaki denklemler yamuk geometriyi kenar uzunlukları bir olmak üzere kareye dönüştürmektedir. Boyutsuz yamuk geometri ve dönüşümü gerçekleştirilen kare geometri şekil 2'de görülmektedir.



Şekil 2. Boyutsuz yamuk mikrokanalet ve dönüşümü gerçekleştirilen kare geometri

$$y = \frac{\eta}{h} \quad (31)$$

$$x = \frac{2h\xi - (a-b)\eta}{2ha - 2(a-b)\eta} \quad (32)$$

$$z = \zeta \quad (33)$$

Yukarıdaki dönüşüm denklemleri sırasıyla momentum ve enerji denklemlerine uygulanırsa, aşağıdaki dönüştürülmüş denklemler elde edilir.

$$C_1 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + C_2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + C_3 \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} + C_4 \frac{\partial u}{\partial x} = 1 \quad (34)$$

$$C_1 \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + C_2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + C_3 \frac{\partial^2 T}{\partial y \partial x} + C_4 \frac{\partial T}{\partial x} = u(\xi, \eta) \frac{\partial T}{\partial z} \quad (35)$$

burada,

$$C_1 = \frac{1}{h^2} \quad (36)$$

$$C_2 = \frac{(a-b)^2(2x-1)^2}{4h^2[a-(a-b)y]^2} + \frac{1}{[a-(a-b)y]^2} \quad (37)$$

$$C_3 = \frac{(a-b)(2x-1)}{h^2[a-(a-b)y]} \quad (38)$$

$$C_4 = \frac{(a-b)^2(2x-1)}{h^2[a-(a-b)y]^2} \quad (39)$$

Kayma hızı, denklem 14, mikrokanalın dört duvarı için benzer şekilde dönüştürülür.

$$u_s|_{y=0} = \beta_v Kn \left[\frac{(a-b)(2x-1)}{2ha} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{h} \frac{\partial u}{\partial y} \right]_{y=0} \quad (40)$$

$$u_s|_{y=1} = -\beta_v Kn \left[\frac{(a-b)(2x-1)}{2hb} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{h} \frac{\partial u}{\partial y} \right]_{y=1} \quad (41)$$

$$u_s|_{x=0} = \beta_v Kn \left[\frac{1}{[a-(a-b)y]} \frac{\partial u}{\partial x} \sin \alpha - \frac{\cos \alpha}{h} \frac{\partial u}{\partial y} \right]_{x=0} \quad (42)$$

$$u_s|_{x=1} = -\beta_v Kn \left[\frac{1}{[a-(a-b)y]} \frac{\partial u}{\partial x} \sin \alpha + \frac{\cos \alpha}{h} \frac{\partial u}{\partial y} \right]_{x=1} \quad (43)$$

Sıcaklık zıplamasından dolayı duvarlara çok yakın akış sıcaklığı, denklem 29, mikrokanalın dört duvarı için aşağıdaki şekilde dönüştürülür.

$$T_s|_{y=0} = T_w|_{y=0} \quad (44)$$

$$T_s|_{y=1} = \left\{ T_w - \beta\beta_v Kn \left[\frac{(a-b)(2x-1)}{2hb} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{1}{h} \frac{\partial T}{\partial y} \right] \right\}_{y=1} \quad (45)$$

$$T_s|_{x=0} = \left\{ T_w + \beta\beta_v Kn \left[\frac{1}{[a-(a-b)y]} \frac{\partial T}{\partial x} \sin \alpha - \frac{\cos \alpha}{h} \frac{\partial T}{\partial y} \right] \right\}_{x=0} \quad (46)$$

$$T_s|_{x=1} = \left\{ T_w - \beta\beta_v Kn \left[\frac{1}{[a-(a-b)y]} \frac{\partial T}{\partial x} \sin \alpha + \frac{\cos \alpha}{h} \frac{\partial T}{\partial y} \right] \right\}_{x=1} \quad (47)$$

Isıl sınır şartlarının, denklem (24-28), dönüşümü aşağıdaki şekilde bulunur.

$$\left[\frac{(a-b)(2x-1)}{2ha} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{1}{h} \frac{\partial T}{\partial y} \right]_{y=0} = 0 \quad (48)$$

$$\left(\frac{(a-b)(2x-1)}{2hb} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{1}{h} \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=1} = 1 \quad (49)$$

$$\frac{1}{[a-(a-b)y] \sin \alpha} \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} - \frac{\cos \alpha}{h} \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{x=0} = -1 \quad (50)$$

$$\frac{-1}{[a-(a-b)y] \sin \alpha} \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=1} - \frac{\cos \alpha}{h} \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{x=1} = -1 \quad (51)$$

$$T \Big|_{z=0} = 0 \quad (52)$$

(34) ile (52) denklem takımı sayısal olarak çözümlenmelidir. Momentum denklemiyle enerji denklem bir birinden bağımsızdır, dolayısıyla ilk olarak momentum denklemi çözülerek hız dağılımı bulunur, daha sonra hız dağılımı kullanılarak enerji denklemi çözülür ve sıcaklık dağılımı bulunur.

Yukarıdaki dönüşüm her ne kadar düzgün ağ yaratabilmek için sonlu farkların uygulamasını basitleştirirse de, dönüşüm denklemleri cebirsel olarak daha karmaşık hale gelir. Dönüşüm denklemlerinin karmaşıklığını görebilmek için (13-14) ve (23-29) denklem takımıyla (34-52) denklem takımı mukayese edilebilir.

6. SAYISAL ÇÖZÜM

Momentum ve enerji denklemleri ilgili sınır şartlarıyla birlikte, dönüşümden sonra, sonlu farklar yöntemiyle çözülmüştür. $N \times N$ noktadan ibaret kare bir ağ kullanılmıştır. Tüm denklemler ikinci mertebeden sonlu farklarla ayrıklaştırılmıştır. Sınır noktaları ve köşe noktaları özel olarak ele alınmıştır. Bu noktalara karşı çözüm alanın dışında sanal noktalar alınmış, bu vesileyle çözüm alanın her noktası ikinci mertebeden ayrıklaştırılabilmiştir. Bu, çözümün daha doğru olmasını sağlamıştır. Denklem takımının çözümü hız ve sıcaklık dağılımının bilinmesiyle sonuçlanmıştır. Hız ve sıcaklık dağılımından mikro kanalın hidrodinamik ve ısıl yönleri o cümleden sürtünme faktörü ve Nusselt sayısı hesaplanabilir.

7. SÜRTÜNME FAKTÖRÜ VE NUSSOLT SAYISININ HESABI

Mikrokanalda laminer akışta hidrodinamik olarak gelişmiş bölgede Poiseuille sayısı $f Re$ aşağıdaki gibi hesaplanır [2].

$$f Re = -\frac{1}{2A_{c,\xi\eta}} \int_{\Gamma} \frac{\partial u}{\partial n} \Big|_{\Gamma} d\Gamma = \frac{P}{2} \quad (53)$$

f Fanning sürtünme faktörünü göstermektedir. Ortalama hız, denklem (11), boyutsuzlaştırılırsa,

$$P = \frac{1}{u_m} \quad (54)$$

elde edilir. Burada u_m boyutsuz ortalama hızdır ve aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$u_m = \frac{1}{A_{c,\xi\eta}} \int_{A_{c,\xi\eta}} u dA_{c,\xi\eta} \quad (55)$$

$A_{c,\xi\eta}$ mikrokanal kesit alanının boyutsuz halidir. Denklem (53) ve (54)'den Poiseuille sayısı ortaya çıkar.

$$f \text{ Re} = \frac{1}{2u_m} \quad (56)$$

Yerel Nusselt sayısı aşağıdaki ifade ile hesaplanır.

$$Nu(Z) = \frac{h(Z).D_h}{k} \quad (57)$$

Mikrokanalın uzunluğu yönünde her hangi bir Z noktasında duvarlardan ısıtılan dZ diferansiyel mikrokanal diliminde enerji dengesini yazalım.

$$q.\ell_h.dZ = h(Z).\ell_h.dZ.[\theta_w(Z) - \theta_b(Z)] \quad (58)$$

Burada ℓ_h mikrokanalın ısıtılan çevresini, θ_b ise akışkanın yığın sıcaklığıdır. θ_b aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır.

$$\theta_b(Z) = \frac{1}{A_c w_m} \int_{A_c} w(X,Y)\theta(X,Y) dA_c \quad (59)$$

Akışkanın yığın sıcaklığı boyutsuz olarak da verilebilir.

$$T_b(Z) = \frac{1}{A_{c,\xi\eta} u_m} \int_{A_{c,\xi\eta}} u T dA_{c,\xi\eta} \quad (60)$$

Duvar sıcaklığı $\theta_w(Z)$, yerel duvar sıcaklıklarının ısıtılan çevre üzerinde ortalaması olarak alınmıştır.

$$\theta_w(Z) = \frac{1}{\ell_h} \int_{\ell_h} \theta_w(X,Y) d\ell_h \quad (61)$$

Yukarıdaki denklem boyutsuzlaştırılırsa, boyutsuz ortalama duvar sıcaklığı $T_w(Z)$ elde edilir.

$$T_w(Z) = \frac{1}{L_h} \int_{L_h} T_w(\xi, \eta) dL_h \quad (62)$$

Burada L_h mikrokanalın boyutsuz ısıtılan çevresidir.

Denklem (57) ile (58) birleştirilip ve boyutsuz duvar ve yığın akışkan sıcaklığı kullanılırsa, Nusselt sayısı bulunur.

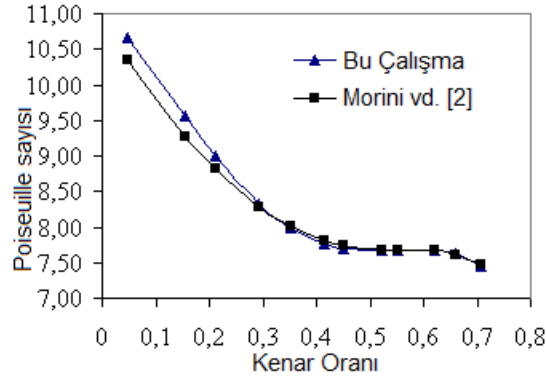
$$Nu(Z) = \frac{1}{T_w(Z) - T_b(Z)} \quad (63)$$

Boyutsuz duvar ve yığın akışkan sıcaklığında ortaya çıkan integraller sayısal olarak hesaplanmıştır.

8. SONUÇLAR VE TARTIŞMA

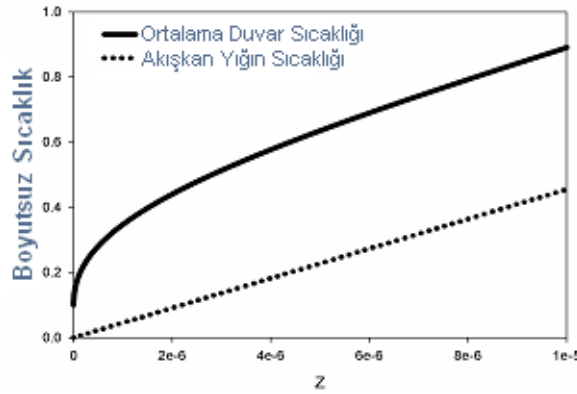
Yamuk mikrokanalın gelişmiş akış bölgesinde hız alanı, yerel sıcaklık alanı, sürtünme faktörü ve yerel Nusselt sayısı bir bilgisayar programı vasıtasıyla bulunmuştur. Bütün bunlar, mikrokanal kenar oranının γ , tanımlanan β parametresinin ve $(\beta_v Kn)$ ile gösterilen seyreltmenin fonksiyonudur. Bu etkenlerin mikrokanalın hidrodinamik ve ısı davranışı üzerinde etkisi araştırılmıştır. Kenar oranı $\gamma = h_i/a_i$ şeklinde tanımlanmıştır. Bu tanımlamaya göre kenar oranı maksimum değer olan 0.707'den (üçgen kesitli mikrokanal) minimum değer 0'a (düz yüzey) değişmektedir. Aradaki değerler yamuk mikrokanala tekabül etmektedir. Seyreltme değeri $(\beta_v Kn)$ kayma akışında 0.001'den 0.1'e değişmektedir. β parametresi, teğet momentum intibak katsayısı F_v 'nin, ısı intibak katsayısı F_t 'nin, özgül ısılar oranı R 'nin ve Prandtl sayısı Pr 'nin fonksiyonudur. Çoğu mühendislik uygulamalarında F_v ve F_t değeri 1 olarak alınmış, sonuç olarak $R = 1.4$ ve $Pr = 0.7$ için $\beta \cong 1.667$ bulunmuştur [9]. Teorik olarak β 'nin değeri sıfırdan 100 gibi çok yüksek değerlere değişebilir. $\beta = 0$ alındığında, katı yüzeylerde akış hızının sıfırdan farklı olduğu dikkate alınmış ancak akış sıcaklığının katı yüzey sıcaklığından (sıcaklık zıplaması) farklı olduğu dikkate alınmamış, demektir.

İlk olarak, çalışmada gösterilen metot taban açısının 54.74° 'den 90° 'a değiştirilmesiyle doğrulanmıştır. Bu değişim yamuk mikrokanalı dikdörtgen mikrokanala dönüştürmektedir. Dönüşümden sonra tam gelişmiş bölgede Nusselt sayısı bulunmuş ve daha önce yapılan çalışmalarla mukayese edilmiştir. Nusselt sayıları arasında fark olmadığı ortaya çıkmıştır. Bu vesileyle çalışmada kullanılan metot doğrulanmıştır. Ayrıca, Şekil 3'te bu çalışmada elde edilen Poiseuille sayısı ile Morini vd. 'nin [2] değerleri karşılaştırılmıştır. Karşılaştırmanın çok iyi uyum içinde olduğu görünüyor, bu ise kullanılan metodun yamuk mikrokanalda doğrulanmasını sağlamıştır.



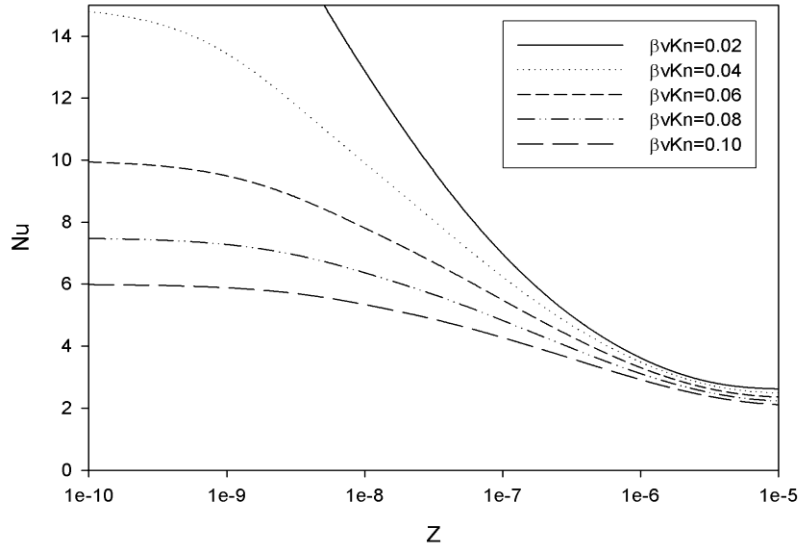
Şekil 3. Kayan akışta $Kn = 0.1$ durumu için yamuk mikrokanalda Poiseuille sayısının Morini vd.'nin [2] değerleri ile karşılaştırma

Şekil 4'te $\beta \cong 1.667$ ve $\gamma = 0.3$ ve seyreltme değeri $\beta_v Kn = 0.06$ için örnek boyutsuz duvar ve akışkan yığın sıcaklıkları verilmiştir. Mikrokanalın üç duvarı sabit ısı akısıyla ısıtıldığından mikrokanal boyunca duvar ve akışkan yığın sıcaklıklarının artış göstermesi beklenmektedir. Şekilde görülen, bu beklenti doğrultusundadır. Duvarla akışkanın sıcaklık farkı ısıl olarak gelişmekte olan bölgede artmakta, ısıl olarak gelişmiş bölgede sabit kalmaktadır.



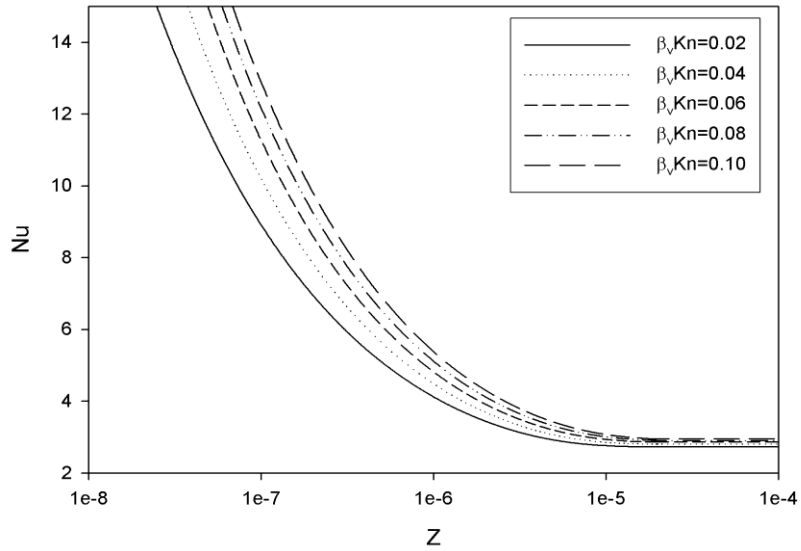
Şekil 4. $\beta \cong 1.667$ ve $\gamma = 0.3$ ve seyreltme değeri $\beta_v Kn = 0.06$ için örnek boyutsuz duvar ve akışkan yığın sıcaklıkları

Yamuk mikrokanalda ısıl olarak gelişmekte olan bölgede yerel Nusselt sayısı üzerinde seyreltmenin etkisi Şekil 5'te verilmiştir. Beklenildiği gibi düşük seyreltme söz konusu olduğunda mikrokanalın giriş bölgesinde yüksek ısı geçişi varken, daha ileride tam gelişmiş bölgede ısı geçişi düşmektedir. Aynı zamanda giriş bölgesinde ısı geçişi seyreltmenin yükselmesiyle düşmektedir.



Şekil 5. Isıl olarak gelişmekte olan bölgede yerel Nusselt sayısı üzerindeki seyreltmenin etkisi ($\beta \cong 1.667$ ve $\gamma = 0.5$)

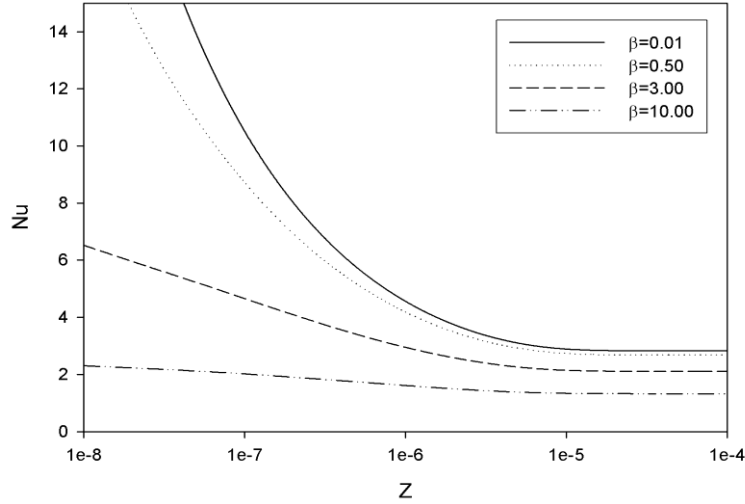
Isıl olarak gelişmekte olan bölgede yerel Nusselt sayısının mikrokanal boyunca değişimi Şekil 6'da verilmiştir. Bu şekilde kayma akışının hidrodinamik etkisi dikkate alınmış ancak ısıl etkisi (sıcaklık zıplaması) çok düşük ($\beta = 0.1$) alınmıştır. Kayma akışının ısıl etkisi göz ardı edildiğinde mikrokanalın girişinde, yüksek seyreltme değerinde bile, yüksek ısı geçişi gerçekleşmektedir. Ancak tam gelişmiş bölgede ısı geçişi kayma akışının ısıl etkisi dikkate alındığı mertebelerde olmaktadır.



Şekil 6. Kayma akışının hidrodinamik etkisi hesaba katılarak ancak ısıl etkisi çok düşük alınarak ısıl olarak gelişmekte olan bölgede yerel Nusselt sayısının mikrokanal boyunca değişimi ($\gamma = 0.3$)

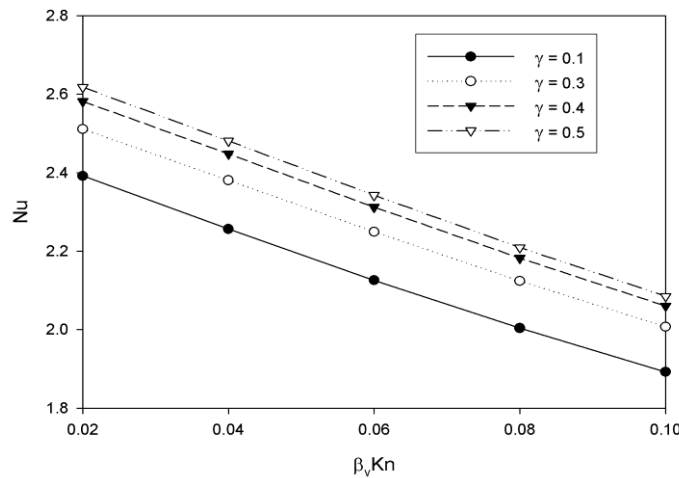
Şekil 7 mikrokanalın ısıl olarak gelişmekte olan bölgesinde β değerinin yerel Nusselt sayısı üzerindeki etkisini göstermektedir. Düşük β değerlerinde mikrokanalın girişinde yüksek ısı geçişi gerçekleşirken, daha sonra mikrokanal boyunca hızlı düşüş yaşanmaktadır. Başka bir deyişle, kayma akışının hidrodinamik etkisi yüksek ve ısıl etkisi düşük olduğunda, ısı geçişi mikrokanal girişinde bir

maksimumdan tam gelişmiş bölgede sabit bir değere düşmektedir. Görüldüğü gibi, kayma akışının ısı etkisi azaldığında, sıcaklık zıplama miktarı azalmakta ve sonuç olarak ısı geçişini, özellikle giriş bölgesine, artmaktadır. Kayma akışının yüksek ısı etkisi var olduğunda ısı geçişi mikrokanal boyunca çok belirgin bir fark göstermemektedir.



Şekil 7. Isıl olarak gelişmekte olan bölgede β değerinin yerel Nusselt sayısı üzerindeki etkisi ($\gamma = 0.3$ ve $\beta_v Kn = 0.04$)

Gerçekte, mikrokanalın ısı olarak gelişmekte olan bölgesinin uzunluğu çok küçüktür. Her ne kadar bu bölgede ısı geçişi yüksek mertebelerde olsa da, tüm mikrokanal uzunluğunda etkisi oldukça azdır. Mikrokanalın performansını belirlemek için tam gelişmiş bölgeyi dikkate almak çoğu zaman yeterli olmaktadır. Şekil 8’de mikrokanalın tam gelişmiş bölgesinde Nusselt sayısının (Nu_∞) kayma akışında seyreltme değeri ($\beta_v Kn$) ile değişimi verilmiştir. Tam gelişmiş Nusselt sayısının (Nu_∞) seyreltme artışıyla azaldığı görülmektedir. Bu beklenen bir durumdur. Yamuk mikrokanal iki yan kenar ve üst duvardan ısıtılmaktadır. Sonuç olarak kenar oranı γ arttıkça, ısıtılan çevre artmaktadır. Sınırdaki yamuk mikrokanal üçgen mikrokanala ($\gamma = 0.707$) dönüşecektir. Kenar oranı arttıkça, yamuk mikrokanalda ısı geçişi artmaktadır. Yamuk mikrokanalın en yüksek ısı geçişi en yüksek kenar oranında, yani üçgen mikrokanalda ortaya çıkmaktadır. Şekil 8 bu durumu yansıtmaktadır.



Şekil 8. Tam gelişmiş Nusselt sayısının (Nu_∞) kayma akışında seyreltme değeri ($\beta_v Kn$) ile değişimi ($\beta \cong 1.667$)

Terminoloji

a	Mikrokanalın boyutsuz uzun tabanı
a_i	Mikrokanalın uzun tabanı
A_c	Kesit alanı
$A_{c,\xi\eta}$	Boyutsuz kesit alanı
b	Mikrokanalın boyutsuz kısa tabanı
b_i	Mikrokanalın uzun tabanı
c_p	Özgül ısı
D_h	Hidrolik çap ($4A_c/\Gamma_i$)
f	Fanning sürtünme faktörü
F_t	Isıl intibak katsayısı
F_v	Teğet momentum intibak katsayısı
h	Isı taşınım katsayısı
h	Mikrokanalın boyutsuz yüksekliği
h_i	Mikrokanalın yüksekliği
k	Isı iletim katsayısı
Kn	Knudsen sayısı
ℓ_h	Mikrokanalın ısıtılan çevresi
L_h	Mikrokanalın boyutsuz ısıtılan çevresi
n_i	İç sınırlara dik birim vektör
n	Boyutsuz iç sınırlara dik birim vektör
Nu	Nusselt sayısı
Nu_∞	Tam gelişmiş Nusselt sayısı
p	Akışkan basıncı
P	Normalize edilmiş basınç gradyanı
Pr	Prandtl sayısı
q	Isı akısı
R	Özgül ısıların oranı
Re	Reynolds sayısı
T	Boyutsuz sıcaklık
u	Boyutsuz akışkan hızı
w	Akışkan hızı
x, y, z	Dönüştürülmüş koordinatlar
X, Y, Z	Kartezyen koordinatlar

Yunan sembolleri

α	Isı yayılım katsayısı
α	Taban açısı
β	Denklem (30) ile tanımlanan boyutsuz değişken
β_t	Denklem (4) ile tanımlanan boyutsuz değişken
β_v	Denklem (3) ile tanımlanan boyutsuz değişken
γ	Kenar oranı
Γ_i	Mikrokanalın iç çevresi

Γ	Mikrokanalın boyutsuz iç çevresi
λ_{mfp}	Moleküllerin serbest mesafesi
μ	Dinamik viskozite
θ	Sıcaklık
ξ, η, ζ	Boyutsuz koordinatlar

Alt indisler

b	Yığın özeli
m	Ortalama değer
s	Duvara yakın akışkan özeliği
w	Duvar değeri
0	Giriş özeliği

KAYNAKLAR

- [1] Beskok, A. and Karniadakis. G.E., Simulation of slip-flows in complex microgeometries, ASME DSC-Vol. 40, Micromechanical Systems. Book No. G00783-1992, pp. 355-370, 1992.
- [2] G.L. Morini, M. Spiga, P.Tartarini, "The rarefaction effect on the friction factor of gas flow in microchannels", Superlattices and Microstructures, Vol. 35, 2004, pp.587-599.
- [3] Ying-Tao Ding, Zhao-Hui Yao and Neng-Yu Shen, "Gas flow characteristics in straight silicon microchannels", Chinese Physics, Vol. 11, No 9, September 2002, pp. 869-875.
- [4] J. Harley, Y. Huang, H.H. Bau, J.N. Zemel, "Gas flow in microchannels", J. Fluid Mech., 284 (1995) pp.257-274.
- [5] T. Araki, M.S. Kim, H. Iwai, K. Suzuki, "An experimental investigation of gaseous flow characteristics in microchannels", Nanoscale and Microscale Thermophysical Engineering, Vol. 6, Issue 2, 2002, pp. 117-130.
- [6] Bin Cao, Guang Wen Chen, Quan Yuan, "Fully developed laminar flow and heat transfer in smooth trapezoidal microchannel", International Communications in Heat and Mass Transfer, Vol. 32, Issue 9, October 2005, pp. 1211-1220.
- [7] Hamid Niazmand, Metin Renksizbulut, Ehsan Saeedi, "Developing slip-flow and heat transfer in trapezoidal microchannels", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 51, Issues 25-26, December 2008, pp. 6126-6135.
- [8] Randall F. Barron, Xianming Wang, Timothy A. Ameel and Robert O. Warrington, "The Graetz problem extended to slip-flow", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 40, Issue 8, May 1997, pp. 1817-1823.
- [9] Shiping Yu and Timothy A. Ameel, "Slip-flow heat transfer in rectangular microchannels", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 44, Issue 22, 2001, pp. 4225-4234.
- [10] Qu Weilin, Gh. Mohiuddin Mala and Li Dongqing, "Pressure-driven water flows in trapezoidal silicon microchannels" International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 43, Issue 3, February 2000, pp. 353-364.

ÖZGEÇMİŞ

Lütfullah KUDDUSİ

1957'de doğdu. 1986 yılında İTÜ Makina Fakültesi Makina Bölümünü bitirmiştir. Aynı Üniversiteden 1988 yılında Yüksek Lisans 1993 yılında Doktor unvanını almıştır. 1988-1992 ve 2001-2004 yılları arasında Araştırma Görevlisi olarak görev yapmıştır. 2005-2006 yılları arasında İTÜ Makina Fakültesi Makina Bölümü Termodinamik ve Isı Tekniği Anabilim Dalı'nda Yrd. Doç. Dr. Olarak görev yapmıştır. 2006-2011 yılları arasında Doç. Dr. ve 2011'den itibaren Prof. Dr. olarak aynı fakültede ve aynı anabilim dalında görev yapmıştır. Termodinamik, ısı geçişi, sayısal analiz ve mikro akış ve ısı geçişi konularında çalışmaktadır.